INTEGRACIÓN POR PARTES (I)

La fórmula de la Integración por partes, $\int \boldsymbol{udv} = \boldsymbol{u \cdot v} - \int \boldsymbol{v\,du}$ nos suele ser muy útil cuando el integrando se puede escribir como el producto de una función por la derivada de otra función.

Algunos ejemplos:

- $\int x\, cosx\, dx$ En este caso, podemos plantear como función $u = x$ y como $dv = cosx\, dx$ De esta forma, $du = dx$ y $v = \int cosx\, dx = senx + K$ Para aplicar la fórmula, prescindimos de las constantes hasta el final y así $v = sen\,x$. Aplicando la fórmula

$$\int x\, cosx\, dx = x \cdot senx - \int senx\, dx = x \cdot senx + cosx + K$$

- $\int arc\, tg\, x\, dx.$ Vamos a llamar $u = arc\, tgx$ y $dv = dx$. De esta forma,

$$du = \frac{dx}{1+x^2} \quad y \quad v = x$$

Aplicamos la fórmula

$$\int arc\, tg\, x\, dx = x \cdot arc\, tgx - \int \frac{x}{1+x^2} dx = x \cdot arc\, tgx - \frac{1}{2}\int \frac{2x}{1+x^2} dx =$$

$$x \cdot arc\, tgx - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + K$$

- $\int x \cdot e^x dx$ Como lo que nos interesa es simplificar las expresiones y quedarnos con la integral más sencilla posible, haremos $u = x$ y $dv = e^x dx$. De esta forma,

$$du = dx \quad y \quad v = \int e^x dx = e^x$$

$$\int x \cdot e^x dx = x \cdot e^x - \int e^x dx = x \cdot e^x - e^x + K = e^x(x-1) + K$$

- $\int x^2 \cdot e^x dx.$ En este caso (y otros similares), procederemos a aplicar el método de la integración por partes 2 veces. Empezaremos llamando $u = x^2$ y $dv = e^x dx$. De esta forma,

$$du = 2xdx \quad y \quad v = \int e^x dx = e^x$$

$$\int x^2 \cdot e^x dx = x^2 \cdot e^x - \int 2xe^x dx = x^2 \cdot e^x - 2\big(e^x(x-1)\big) + K =$$

$$x^2 \cdot e^x - 2xe^x + 2e^x + K$$

Observa que hemos aplicado el resultado del ejercicio anterior en el segundo paso.